AKSLANTIRISHLARNI BINAR MUNOSABATLARDA BERISH

Dosanov Murtazakul Saidazimovich, Guliston davlat universiteti
“Matematika” kafedrasi katta o‘qituvchisi,
e-mail: dasanovmurtozaqul@gmail.com
Nafasov G‘anisher Abdurashidovich, Guliston davlat universiteti
“Matematika” kafedrasi dotsenti, Pedagogika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD),
e-mail: gnafasov87@gmail.com
Xudoyqulov Rustamjon O‘ktam o‘g‘li, Guliston davlat universiteti
“Matematika” kafedrasi o‘qituvchisi,
e-mail: xudoyqulovrustam90@gmail.com

Annatatsiya. Ushbu maqolada akslantirish (funksiya) ta’rifining no’ananaviy ta’rifi keltirilgan bo‘lib, an’anaviy ta’rifdagi ayrim xossalari ancha yaqqol isboti keltirilgan.

Kalit so‘zlar: To‘plam, predikat, munosabat, akslantirish, in’yektiv, sur’yektiv, biyektiv, funksiya, induksiya, refliksiv, simmetrik, tranzitiv, ekvivalentlik.

ВЫРАЖЕНИЕ ОТОБРАЖЕНИЯ В БИНАРНЫХ ОТНОШЕНИЯХ

Аннотация. В данной статье дается нетрадиционное определение определения отражения (функции) и наглядно доказываются некоторые свойства традиционного определения.

Ключевые слова: множество, предикат, отношение, отображение, инъективное, сюръективное, биективное, функция, индуктивное, рефлексивное, симметричное, транзитивное, эквивалентность.

THE EXPRESSION OF MAPPING IN BINARY RELATIONS

Abstract: This article gives an unconventional definition of the definition of reflection (function) and clearly proves some properties of the traditional definition.

Key words: set, predicate, relation, reflection, injective, surjective, bijective, function, inductive, reflexive, symmetric, transitive, equivalence.

Kirish. Biz o‘rganadigan barcha obektlar ularni har xil nomlar bilan atalishiga qaramasdan: so‘zlar, simvollar, majmualar, sonlar, funksiyalar, formulalar va boshqalar to‘plamlar bo‘ladilar. Intuitiv nuqtai nazardan albatta hamma matematik obyektlar to‘plamlar emas, masalan qavslar haqida yoki propozitsional o‘zgaruvchilarni to‘plamlar kabi tushunish qiyin. Biroq munosib kelishuv (kodlash) orqali ularni to‘plar bilan aynan bir narsa deb qarash mumkin. Xususan qavsni $\{\{\varnothing\}\}$

to‘plam bilan aynan bir narsa deb qarash mumkin. Bu usul sermaxsul bo‘lib bu maqolada ham shunday kelishuv qabul qilinadi. To‘plamlar nazariyasining aksiomasi sifatida biz ekstensionallik aksiomasini qabul qilamiz , u bir xil elementga ega bo‘lgan ikki to‘plamni teng deb tasdiqlaydi-boshqacha aytganda ixtiyoriy to‘plam o‘zining elementlari bilan bir qiymatli aniqlanadi.

Mavzuga oid adabiyotlar tahlili. Agar $a_1, a_2, ..., a_n$ - A to‘plamning hamma elementlari bo‘lsa, u holda ektensionallik aksiyomasiga muvofiq A to‘plamni $\{a_1, a_2, ..., a_n\}$ orqali belgilaymiz. Shu bilan birga $a_1, a_2, ..., a_n$ lardan ixtiyoriy ikkitasi har xil deb faraz qilinmaydi. Tushinarliki bunda bitta A to‘plam shunday ko‘p belgilashlarga ega bo‘lishi mumkin masalan, $\{a,b,a\} = \{a,b,b\} = \{a,b\} = \{b,a\}$. $\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$,va hakazo to‘plarni (har qaysi keyingisi barcha oldingilaridan tashkil topgan) natural sonlar deb ataladi va mos ravishda $0,1,2$ va hakazo orqali belgilanadi. Barcha natural sonlar to‘plami ω orqali belgilaymiz.

$\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ so‘zlar va $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ chekli ketma-ketliklar $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ elementlarning tartiblangan $<\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n>$ nabori bilan aynan bir narsa deb qaraladi uni hozir n bo‘yicha induksiya bilan aniqlaymiz.

Tadqiqot metodologiyasi. ***Ta’rif.*** Bo‘sh to‘plam elementlarining tartiblangan nabori $<>$ $\varnothing$ to‘plamga teng. Bitta a elementning tartiblangan nabori $<a>$ esa a teng. Ikkita a va b elementlarning tartiblangan nabori $<a,b>$ tartiblangan juftlik deb ataladi va $\{\{a\}, \{a,b\}\}$ ga teng. Agar $n > 2$ bo‘lsa u holda $a_1, a_2, ..., a_n$ elementlarning tartiblagan nabori $<a_1, a_2, ..., a_n>$ tartiblangan $<<a_1, a_2, ..., a_{n-1}>, a_n>$ juftlikka tengdir.

$<a_1, a_2, ..., a_n>$ tartiblangan naborni ba’zan kortej deb ataymiz n soni esa $<a_1, a_2, ..., a_n>$ kortej uzunligi deb ataymiz, shu bilan birga bo‘sh kortej uzunligi deb ataymiz,shu bilan birga $<>$ bo‘sh kortej uzunligi nolga teng. $n > 2$ uzunlikka ega kortejni tartiblangan n -lik yoki oddiygina n -lik deb ataymiz (uchlik, to‘rtlik va hakazo). So‘zlarni va ketma-ketliklarni tartiblangan nabor bilan aynan bir narsa deb qarash ushbu jumlaga muvofiq mumkin.

Jumla 2.1.1. Agar $<a_1, a_2, ..., a_n> = <b_1, b_2, ..., b_n>$ bo‘lsa u holda $a_1 = b_1, ..., a_n = b_n$.

Isbot. Tartiblangan nabor ta’rifidan bunda jumlani $n = 2$ uchun isbotlash yetarligi kelib chiqadi. $<a_1, a_2> = <b_1, b_2>$ shartlardan va tartiblangan juftlik ta’rifidan quyidagiga ega bo‘lamiz.

$\{a_1\} \in \{\{a_1\}, \{a_1, a_2\}\} = <a_1, a_2> = <b_1, b_2>$ va $<b_1, b_2> = \{\{b_1\}, \{b_1, b_2\}\}$

bo‘lganidan u holda $\{a_1\} = \{b_1\}$ yoki $\{a_1\} = \{b_1, b_2\}$, shuning uchun $b_1 \in \{a_1\}$ yoki $b_1 \in \{a_1\}$ ya’ni $b_1 = a_1$. Agar $\{x,y\} = \{x,z\}$ bo‘lsa u holda $y = z$ bo‘lishini ko‘rish qiyin emas. Haqiqatdan ham ,agar $\{x,y\} = \{x,z\}$ bo‘lsa, u holda $y = x$ yoki $y = z$ bo‘ladi. Agar $y = z$ bo‘lsa, u holda tasdiq to‘g‘ri. Agar $y = x$ bo‘lsa, u holda $\{x,z\} = \{x,y\} = \{x,x\} = \{x\}$ dan $z = x$ bo‘lishi ya’ni $y = z$ ekanligi kelib chiqadi.

Unda o‘rnatilgan $a_1 = b_1$ tenglikdan $< a_1, b_1 >=< b_1, b_2 >$ ekanligidan $< a_1, a_2 >=< a_1, b_2 >$ bo‘lishi kelib chiqadi.

$\{\{a_1\},\{a_1, a_2\}\} = \{\{a_1\},\{a_1, b_2\}\}$ bu yerdan $\{a_1, a_2\} = \{a_1, b_2\}$ tenglikni keyin esa $a_2 = b_2$ tenglikni hosil qilamiz. Bundan tashqari $n > 2$ da $n-1 > 1$ bo‘lib, $< a_1, a_2, ..., a_n >=< b_1, b_2, ..., b_n > \Rightarrow << a_1, a_2, ..., a_{n-1} >, a_n >=<< b_1, b_2, ..., b_{n-1} >, b_n > \Rightarrow < a_1, a_2, ..., a_{n-1} >=< b_1, b_2, ..., b_{n-1} >$ va $a_n = b_n$. Unda induksiya faraziga ko‘ra $a_1 = b_1, ..., a_{n-1} = b_{n-1}, a_n = b_n$ bo‘lishi kelib chiqadi.

Ta’rif. *a*) $\{< a_1, ..., a_n > | a_1 \in A_1, ..., a_n \in A_n\}$ to‘plamni $A_1, ..., A_n$ to‘plamlarning dekart ko‘paytmasi deb ataladi va $A_1 \times ... \times A_n$ orqali belgilanadi.

Agar $X \subseteq A_1 \times ... \times A_n$ bo‘lsa u holda $a \in A_i$ barcha a elemetlar to‘plamini, qaysiki ular uchun shunday $a_1, ..., a_{i-1}, a_{i+1}, ..., a_n$ elementlar mavjud bo‘lib bunda $< a_1, ..., a_{i-1}, a, a_{i+1}, ..., a_n > \in X$ bo‘lsa X to‘plam proyeksiyasi deb ataladi va $np_i^n X$ orqali belgilanadi ya’ni $np_i^n X = \{a \in A_i | a_1, ..., a_{i-1}, a_{i+1}, ..., a_n \; lar\; mavjud\; bo'lib\; bunda < a_1, ..., a_{i-1}, a, a_{i+1}, ..., a_n > \in X\}$

b) Agar $A_1 = ... = A_n = A$ bo‘lsa u holda $A_1 \times ... \times A_n$ ko‘paytmani A to‘plamning dekart n -darajasi deb ataladi va A^n orqali belgilanadi. Agar $n = 0$ bo‘lsa u holda ta’rifga muvofiq $A^0 = \{\varnothing\}$ deymiz.

c) $B \subseteq A^n$ qism to‘plamni A ga n -o‘rinli munosabat yoki predikat deb ataladi. Agar B -birorta A to‘plam uchun A ga n -o‘rinli munosabat bo‘lsa u holda B ni n -o‘rinli munosabat yoki predikat deb ataymiz.

d) Agar B -ikki o‘rinli munosabat bo‘lsa u holda ikki o‘rinli munosabat $\{< a, b > | < b, a > \in B\}$ ni B ga teskari munosabat deb ataymiz va B^{-1} orqali belgilaymiz.

e) Agar B, C -ikkita ikki o‘rinli munosabat bo‘lsa u holda ikki o‘rinli munosabat $\{< a, c > | < a, b > \in B \; va < b, c > \in C, \; birorta\; b\; uchun\}$ ni ikki o‘rinli B, C munosabatlarning kompozitsiyasi yoki ko‘paytmasi deb ataladi (BC) yoki BC orqali belgilanadi.

$< a >= a$ bo‘lganligi tufayli $A^1 = A$ shuning uchun A ning qism to‘plami A ga bir o‘rinli predikat bo‘ladi. Ko‘ramizki bunda 0 -o‘rinli predikatlar faqat ikkita: $\varnothing$ va $\{\varnothing\}$ chunki $A^0 = \{\varnothing\}$ va u hammasi bo‘lib ikkita qism to‘plamga ega $\varnothing \subseteq A^0$ va $\{\varnothing\} \subseteq A^0$. B^{-1} ta’rifidan darhol ushbu tenglik kelib chiqadi: $B = (B^{-1})^{-1}$ haqiqatdan ham $| < a, b > \in B \Leftrightarrow < b, a > B^{-1} \Leftrightarrow < a, b > \in (B^{-1})^{-1}$ ya’ni. $B = (B^{-1})^{-1}$.

2.1.2. Jumla. Agar B, C va D ikki o‘rinli predikatlar bo‘lsa, u holda
a) $((BC)D) = (B(CD))$

b) $(BC)^{-1} = (C^{-1}B^{-1})$ ***Isbot.*** *a*) $< x, y > \in ((BC)D)$ bo‘lsin, unda birorta v uchun $< x, v > \in (BC)$ va $< v, y > \in D$ ega bo‘lamiz va shuning uchun birorta u uchun $< x, u > \in B$ va $< u, v > \in C$ larga ega bo‘lamiz ya’ni birorta u va v lar uchun

$< x,u >\in B$, $< u,v >\in C$ va $< v,y >\in D$ larga ega bo‘lamiz, shunday qilib $< u,y >\in CD$ va $< x,y >\in B(CD)$ ya’ni $(BC)D \subseteq B(CD)$ qism bo‘lishiga ega bo‘lamiz. $B(CD) \subseteq (BC)D$ qism bo‘lishi xuddi shunday isbot qilinadi.

$< x,y >\in (B(CD))$ bo‘lsin. Unda birorta u uchun $< x,u >\in B$ va $< u,y >\in (CD)$ ega bo‘lamiz va shuning uchun birorta v uchun $< u,v >\in C$ va $< v,y >\in D$ larga ega bo‘lamiz ya’ni birorta u va v lar uchun $< x,u >\in B$, $< u,v >\in C$ va $< v,y >\in D$ larga ega bo‘lamiz. Shunday qilib $< x,v >\in (BC)$ va $< x,y >\in (BC)D$ ya’ni $B(CD) \subseteq ((BC)D)$ qism bo‘lishiga ega bo‘lamiz. Ikkita $(B(CD)) \subseteq ((BC)D)$ va $((BC)D) \subseteq (B(CD))$ qism bo‘lishlaridan $((BC)D) = (B(CD))$ tenglikga ega bo‘lamiz.

Tahlil va natijalar. *Isbot.* $b) < x,y >\in (BC)^{-1}$ ya’ni $< y,x >\in BC$ shuning uchun birorta z uchun $< y,z >\in B$, $< z,x >\in C$ larga ega bo‘lamiz, ya’ni $< z,y >\in B^{-1}$ va $< x,z >\in C^{-1}$ shuning uchun $< x,y >\in C^{-1}B^{-1}$ ya’ni $(BC)^{-1} \subseteq C^{-1}B^{-1}$ qism bo‘lishi isbotlandi.

Endi $< x,y >\in C^{-1}B^{-1}$ bo‘lsin. Shu sababli birorta z uchun $< x,z >\in C^{-1}$ va $< z,y >\in B^{-1}$ larga ega bo‘lamiz ya’ni $< y,z >\in B$ va $< z,x >\in C$ shuning uchun $< y,x >\in BC$ yoki $< x,y >\in (BC)^{-1}$ ya’ni $C^{-1}B^{-1} \subseteq (BC)^{-1}$ qism bo‘lishi isbotlandi. Ikkita $(BC)^{-1} \subseteq C^{-1}B^{-1}$ va $C^{-1}B^{-1} \subseteq (BC)^{-1}$ qism bo‘lishlardan $(BC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}$ tenglikka ega bo‘lamiz.

2.1.2 Jumlada isbotlangan kompozitsiyaning assosativligi $((BC)D) = (B(CD))$ ni (BCD) orqali belgilashga imkon beradi. Shu sababga ko‘ra n ta predikatlarning kompozitsiyasi $(B_1, B_2, ...B_n)$ bir qiymatli aniqlangandir. Ixtiyoriy predikatlar uchun kompozitsiyaning kommutativligi $(BC) = (CB)$ o‘rinli emas ekanligini takidlab o‘tamiz. Masalan, $B \subseteq R^2$ bu yerda R -haqiqiy sonlar to‘plami va $C \subseteq R^2$ munosabatlarni quyidagicha aniqlaymiz.

$B = \{< x,y > | y = x+1,\ x \in R\} \subseteq R^2$, $C = \{< x,y > | y = x^2,\ x \in R\} \subseteq R^2$

Unda $BC = \{< x,y > | y = (x+1)^2, x \in R\}$, $CB = \{< x,y > | y = x^2+1,\ x \in R\}$ shuning uchun $BC \neq CB$.

Ta’rif. A to‘plamdagi $\cup$ ikki o‘rinli munosabatni

a) Agar $\cup = \{< a,a > | a \in A\}$ bo‘lsa A^2 diogonali deb deb ataladi va id_A orqali belgilanadi;

b) Agar $id_A \subseteq \cup$ bo‘lsa A da refleksiv deb ataladi;

c) Agar $\cup = \cup^{-1}$ bo‘lsa A da simmetrik deb ataladi;

d) Agar $(\cup\cup) \subseteq \cup$ bo‘lsa tranzitiv deb ataladi;

e) Agar $\cup$ refliksiv, simmetrik va tranzitiv bo‘lsa A da ekvivalentlik munosbati deb ataladi.

f) Agar $\cup \cap \cup^{-1} \subseteq id_A$ bo‘lsa antisemmetrik deb ataladi. A to‘plamdagi $\cup$ ikki o‘rinli munosbat faqat va faqat shu holda qachonki $a \in A$ bo‘lgan barcha a lar uchun

$<a,a>\in\cup$ bo‘slagina refliksiv bo‘ladi, chunki $a\in A$ barcha a lar uchun $<a,a>\in id_A$ va $id_A\subseteq\cup$.

A to‘plamdagi $\cup$ ikki o‘rinli munosbat faqat va faqat shu holda qachonki $<a,b>\in\cup\Rightarrow<b,a>\in\cup$ bo‘lgandagina simmetrik bo‘ladi, chunki agar $<a,b>\in\cup$ bo‘lsa u holda $\cup=\cup^{-1}$ bo‘lgani tufayli $<a,b>\in\cup^{-1}\Rightarrow<b,a>\in\cup.$

Agar $<a,b>\in\cup$ va $<b,c>\in\cup\Rightarrow<a,c>\in\cup$, u holda A to‘plamdagi $\cup$ ikki o‘rinli munosabat tranzitiv munosabat bo‘ladi. Chunki agar $<a,b>\in\cup$ va $<b,c>\in\cup\Rightarrow<a,c>\in\cup\cup$ ammo $\cup\cup\subseteq\cup$ bo‘lgani tufayli $<a,c>\in\cup.$ Agar $<a,b>\in\cup$ va $<b,a>\in\cup\Rightarrow a=b$ shart bajarilsa, u holda A to‘plamdagi $\cup$ ikki o‘rinli munosabat antisemmetrik munosbat bo‘ladi, chunki agar $<a,b>\in\cup$ va $<b,a>\in\cup\Rightarrow<a,b>\in\cup$ va $<a,b>\in\cup^{-1}\Rightarrow<a,b>\in\cup\cap\cup^{-1}.$ Ammo $\cup\cap\cup^{-1}\subseteq id_A\Rightarrow<a,b>\in id_A\Rightarrow a=b.$ Masalan $\{<m,n>|m\ va\ n\ o'zaro\ tub\ natural\ sonlar\}$ predikati ω da simmetrik predikati bo‘ladi, ammo ω natural sonlar to‘plamida refliksiv ham emas va tranzitiv ham emas. $\{<m,n>|(n-m)>0,\ n,m\in\omega\}$ predikati esa ω da tranzitiv predikati bo‘ladi ammo ω da simmetrik ham emas va refliksiv ham emas. Haqiqatan ham $\cup=\{<m,n>|m\ va\ n\ o'zarotub\ natural\ sonlar\}.$ Agar $<m,n>\in\cup\Rightarrow(m,n)=1,\ m,n\in\omega\Rightarrow(n,m)=1\Rightarrow(n,m)=1,\ \ n,m\in\omega\Rightarrow<n,m>\in\cup$ $2\in\omega$ va $(2,2)=2$ ya’ni $(2,2)\neq1$ shuning uchun $(2,2)\notin\cup$. Demak $\cup$ predikati refleksiv emas. $<2,3>\in\cup$ chunki $(2,3)=1$ va $2,3\in\omega$, $<3,4>\in\cup$ chunki $(3,4)=1$ va $3,4\in\omega$ ammo $<2,4>\notin\cup$ chunki $(2,4)=2$ va $(2,4)\neq1$ ya’ni $\cup$ predikti tranzitiv bo‘lmaydi.

$\cup=\{<m,n>|(n-m)>0,\ m,n\in\omega\}$ predikat tranzitiv predikati bo‘ladi, chunki $<m,n>\in\cup$ va $<n,p>\in\cup\Rightarrow(n-m)>0,\ m,n\in\omega$ va $(p-n)>0,\ n,p\in\omega\ \Rightarrow$ $p-m=n-m+p-n>0\ \ m,p\in\omega\ \Rightarrow\ <m,p>\in\cup.$ $<2,3>\in\cup$ chunki $(3-2)>0$ va $2,3\in\omega$

ammo $<3,2>\notin\cup$ chunki $2-3=-1$ va $(2-3)>0$ to‘g‘ri emas, shuning uchun $\cup$ predikati ω da simmetrik munosabat bo‘lmaydi. $<2,2>\notin\cup$ chunki $2-2>0$ to‘g‘i emas ya’ni $\cup$ predikati ω da refleksiv bo‘lmaydi.

$\cup$ - A to‘plamda n - o‘rinli munosabat va $B\subseteq A$, u holda B to‘plamdagi $\cup\cap B^n$ munosabatni $\cup$ munosabatning B to‘plamdagi cheklanishi deb ataymiz. Ayonki, oldingi ta’rifdagi $a)-e)$ tipdagi munosabatlarning ixtiyoriy $B\subseteq A$ qism to‘plamdagi cheklanishlari ham shuningdek mos ravishda $a)-e)$ tipdagi munosabatlar bo‘ladi.

Agar A to‘plamdagi $\cup$ ikki o‘rinli munosabat refleksiv bo‘lsa, u holda $\cup\cap B^2=\cup_1-$ $\cup$ munosabatning B to‘plamdagi cheklanishi ham refleksiv bo‘ladi, chunki agar $id_A\subseteq\cup$ bo‘lsa, u holda

$id_A \cap B^2 = \{< a,a > | a \in A\} \cap B^2 = \{< a,a > | a \in B\} = id_B$ va $id_B = id_A \cap B^2 \subseteq \cup \cap B^2 = \cup_1$ ya'ni $id_B \subseteq \cup_1$. Agar A to'plamdagi $\cup$ ikki o'rinli munosabat simmetrik bo'lsa , u holda $\cup \cap B^2 = \cup_1$ - $\cup$ munosabatning B to'plamdagi cheklanishi ham simmetrik bo'ladi, chunki $\cup_1^{-1} = (\cup \cap B^2)^{-1} = \cup \cap B^2 = \cup_1$ $< x,y > \in (\cup \cap B^2)^{-1} \Leftrightarrow < y,x > \in \cup \cap B^2 \Leftrightarrow < y,x > \in \cup$ va $< y,x > \in B^2 \Leftrightarrow < x,y > \in \cup$ va $< x,y > \in B^2 \Leftrightarrow < x,y > \in \cup \cap B^2$ ya'ni

Agar A to'plamdagi $\cup$ ikki o'rinli munosabat tranzitiv bo'lsa, u holda $\cup \cap B^2 = \cup_1 -$ $\cup$ munosabatning B to'plamdagi cheklanishi ham tranzitiv bo'ladi, haqiqatdan ham agar $< a,b > \in \cup_1 \cup_1$ bo'lsa, u holda birorta c uchun $< a,c > \in \cup_1$ $va < c,b > \in \cup_1 \Rightarrow < a,c > \in \cup \cap B^2$ va $< c,b > \in \cup \cap B^2$ $(< c,b > \in \cup$ $va < c,b > \in B^2) \Rightarrow < a,b > \in \cup\cup$ va $< a,b > \in B^2B^2$. $\cup\cup \subseteq \cup$ va $B^2B^2 \subseteq B^2$ bo'lgani tufayli $\Rightarrow < a,b > \in \cup$ va $\Rightarrow < a,b > \in B^2$ $\Rightarrow < a,b > \in \cup \cap B^2 \Rightarrow < a,b > \in \cup_1$ ya'ni $\cup_1 \cup_1 \subseteq \cup_1$.

Agar A to'plamdagi $\cup$ ikki o'rinli munosabat A da ekvivalentlik munosabati bo'lsa, u holda $\cup$ munosabat A da refleksiv, simmetrik va tranzitiv bo'ladi, shuning uchun $\cup \cap B^2 = \cup_1 - B$ to'plamdagi $\cup$ munosabatning cheklanishi ham refleksif, simmetrik va tranzitiv bo'ladi ya'ni B da ekvivalentlik munosabati bo'ladi.

$< a,b > \in \cup_1 \cap \cup_1^{-1} \Rightarrow < a,b > \in \cup_1$ va $< a,b > \in \cup_1^{-1} \Rightarrow < a,b > \in \cup_1$ va $< b,a > \in \cup_1 \Rightarrow < a,b > \cup \cap B^2$ va $< b,a > \in \cup \cap B^2 \Rightarrow < a,b > \in \cup$ va $< a,b > \in B^2$ va $< b,a > \in \cup$ va $< b,a > \in B^2 \Rightarrow < a,b > \in \cup$ va $< b,a > \in \cup$ va $< a,b > \in B^2$ va $< b,a > \in B^2 \Rightarrow < a,b > \in \cup$ va $< b,a > \in \cup$ va $a \in B$ va $b \in B \Rightarrow a = b$ va $a,b \in B \Rightarrow < a,b > \in id_B$ ya'ni $\cup_1 \cap \cup_1^{-1} \subseteq id_B$.

2.1.3 Misol. Agar $\underset{i \in J}{\cup} A_i = A$ va ixtiyoriy $i, j \in J$ uchun yo $A_i = A_j$ yoki $A_i \cap A_j = \varnothing$ bo'lsa $R = \{A_i | i \in J\}$ ni A to'plamning bo'laklanishi (bo'linishi) deb aytamiz. A da quyidagi ikki o'rinli munosabatni aniqlaymiz. $E_R = \{< a,b > | a,b \in A_i \ birorta\ i\ uchun\}$. Ayonki E_R A to'plamdagi ekvivalentlik munosabati bo'ladi. $E_R \subseteq A^2$ chunki $\underset{i \in J}{\cup} A_i = A \Rightarrow A_i \subseteq A, a,b \in A_i \Rightarrow a,b \in A \Rightarrow$ $< a,b > \in E_R \Rightarrow < a,b > \in A^2 \Rightarrow E_R \subseteq A^2$, $a \in A \Rightarrow a \in \underset{i \in J}{\cup} A_i \Rightarrow a \in A_i$ birorta $i \in J$ uchun $\Rightarrow a,a \in A_i$ birorta $i \in J$ uchun $\Rightarrow < a,a > \in E_R$ ixtiyoriy $a \in A$ uchun $\Rightarrow id_A \subseteq E_R$ ya'ni E_R munosabat refliksivdir. $< a,b > \in E_R \Rightarrow a,b \in A_i$ birorta $i \in J$ uchun $\Rightarrow b,a \in A_i$ birorta $i \in J \Rightarrow$ $< b,a > \in E_R$ ya'ni E_R munosabat simmetrikdir.

$< a,b > \in E_R$ $va < b,c > \in E_R \Rightarrow a,b \in A_i$ birort $i \in J$ uchun va $b,c \in A_j$ birorta $j \in J$ uchun $\Rightarrow b \in A_i$ va $b \in A_j \Rightarrow A_i \cap A_j \neq \varnothing \Rightarrow A_i = A_j \Rightarrow i = j$ va $a,c \in A_i \Rightarrow < a,c > \in E_R$ ya'ni E_R munosabat tranzitivdir. A to'plamdagi ixtiyoriy ekvivalentlik munosabatini 2.1.3 misolda ko'rsatilgan usul bilan hosil qilish

mumkinligini osongina ko‘rsatish mumkin. Haqiqatdan ham $E-$ A da ekvivalentlik munosabati va $R_E=\{E_x|x\in A\}$ bo‘lsin. E ning refliksivligidan ya’ni $x\in A$ ixtiyoriy x element uchun $<x,x>\in E$ dan $x\in E_x$ kelib chiqadi, demak $x\in \cup_{x\in A} E_x = A.$ E ning simmetrikligi va tranzitivligidan agar $<x,y>\in E$ u holda $E_x=E_y$ bo‘lishi kelib chiqadi chunki $z\in E_x \Rightarrow <z,x>\in E$ va $<x,y>E \Rightarrow <z,y>\in E \Rightarrow z\in E_y$ ya’ni $E_x\subseteq E_y$ $z\in E_y \Rightarrow <z,y>\in E$ va $<x,y>\in E \Rightarrow <z,y>\in E$ va $<y,x>\in E \Rightarrow <z,x>\in E \Rightarrow z\in E_x$ ya’ni $E_y\subseteq E_x$. Ikkita $E_x\subseteq E_y$ va $E_y\subseteq E_x$ qism bo‘lishlardan $E_x=E_y$ tenglikka ega bo‘lamiz.

Agarda $<x,y>\notin E$ bo‘lsa u holda $E_x\cap E_y=\varnothing$ bo‘ladi. Aksini faraz qilamiz $E_x\cap E_y\neq\varnothing$ bo‘lsin. Unda shunday z mavjudki $z\in E_x$ va $z\in E_y \Rightarrow <z,x>\in E$ va $<z,y>\in E \Rightarrow <x,z>\in E$ va $<z,y>\in E \Rightarrow <x,y>\in E$ zidiyat hosil qildik. Hosil qilingan ziddiyat bunda agar $<x,y>\notin E$ bo‘lsa, u holda $E_x\cap E_y=\varnothing$ bo‘lishini isbotlaydi. Shunday qilib E ekvivalentlik munosabati bo‘yicha $R_E=\{E_x|x\in A\}$ ekvivalent sinflar to‘plami A to‘plamning bo‘laklanishi bo‘ladi va $E_{R_E}=E.$

Ta’rif. *a*) f-ikki o‘rinli munosabatni agar ixtiyoriy a,b,c lar uchun $<a,b>\in f$ va $<a,c>\in f$ dan $b=c$ kelib chiqsa akslantirish yoki funksiya deb ataladi.

$\pi_1^2 f=\{x|$ *shunday y mavjudki* $(<x,y>\in f)\}$ to‘plamni f ning aniqlanish sohasi deb ataladi va *domf* orqali belgilanadi. $\pi_2^2 f=\{y|$ *shunday x mavjudki* $(<x,y>\in f)\}$ to‘plamni esa f ning qiymatlar sohasi deb ataladi va *rangf* orqali belgilanadi.

b) Agar f^{-1} teskari munosabat ham akslantirish bo‘lsa, f akslantirshni in’yektiv (yoki har xil qiymatli) akslantirish deb ataladi.

c) Agar $domf=A$ va $rangf\subseteq B$ bo‘lsa, u holda f akslantirishni A to‘plamni B to‘plamga aks ettiruvchi akslantirish deb ataladi.

d) Agar $domf=A$ va $rangf=B$ bo‘lsa, u holda f akslantirishni A to‘plamni B to‘plamga aks ettiruvchi syur’ektiv akslantirish (yoki A to‘plamni B to‘plam ustiga aks ettiruvchi akslantirish) deb ataladi.

f) Agar f akslantirish bir vaqtda ham in’yektiv, ham A to‘plamni B to‘plamga aks ettiruvchi syur’yektiv akslantirish bo‘lsa, f akslantirishni A to‘plamni B to‘plamga aks ettiruvchi biyektiv akslantirish (yoki A to‘plamni B to‘plam ustiga aks ettiruvchi o‘zaro bir qiymatli akslantirish) deb ataladi.

e) A^n to‘plamni A to‘plamga aks ettiruvchi f akslantirish A to‘plamda $n-$ o‘rinli amal deb ataladi.

Ayonki A^2 to‘plamning id_A diogonali A to‘plamda biyektiv bir o‘rinli amal bo‘ladi. $f:A\to B$ yozuv bundan buyon A to‘plamni B to‘plamga aks ettiruvchi f akslantirish belgilanadi, $f:A>\!\!\to B$ yozuv bilan A to‘plamni B to‘plamga aks

ettiruvchi f in'yektiv akslantirish belgilanadi, $f: A \to\to B$ yozuv bilan A to'plamni B to'plamga aks ettiruvchi f syur'yektiv akslantirish belgilanadi.

Funksiya(akslantirish) tushunchasi

X va Y - qandaydir to'plamlar bo'lsin.

Agar birorta f qonunga muvofiq har qaysi $x \in X$ elementga $y \in Y$ element mos kelsa X to'plamda aniqlangan qiymatlari Y to'plamda bo'lgan funksiya mavjud deb aytiladi.

Funksiya tushunchasining keltirilgan bayoni ishning mohiyatini aks ettirishda juda ham faol namoyon bo'ladi. Biroq zamonaviy qonunchilar nuqtainazaridan uni ta'rif deb atash mumkin emas chunki funksiya tushunchasiga ekvivalent bo'lgan moslik tushunchasidan foydalanildi. Shuning uchun funksiya(akslantirish) a) ta'rifini zamonaviy qonunchilar nuqtai nazaridan ta'rif deb atash mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Ершов Ю. Л., Полютин Е. А. Математическая логика. – Москва:"Наука". 2010.

2. Зорич В. А. Математический анализ.,Часть I ,МЦНМО. – Москва, 2012.

3. Л.Я Куликов Л. Я. "Алгебра и теория чисел". – Москва. "Книга по Требованию", 2013. – С. 560. ISBN 978-5-458-27102-8.

4. Зорич В. А. "Математический анализ" часть I. – Москва, Издательство МЦНМО 2019.