MATEMATIKA O‘QITISH METODIKASIDA SONLARNI KUB ILDIZDAN CHIQARISHNING ANALITIK USULLARINI QO‘LLASH VA UNING AYRIM FIZIKANING MASALALARIDA ISHLATILISHI.

Raxmonov Jamshidbek Turdaliyevich, Guliston davlat pedagogika instituti katta o‘qituvchisi.
e-mail: jamshidbekmrm2012@gmail.com

Soyibova Munisa, Guliston davlat pedagogika instituti 4.24-guruh talabasi.
Ne’matova Ruxshona, Guliston davlat pedagogika instituti 4.24-guruh

Annotatsiya. Ushbu maqolada ildiz, kub ildiz tushunchsiga qisqacha to‘xtalib o‘tilgan. Shuningdek bir qancha misollar yordamida kub ildizdan son chiqarishning bir necha usullari ko‘rsatib o‘tilgan. Bu maqolada kub illdiz chiqarishda Kepler qonuniga oid aniq masala ham ko‘rib chiqildi. $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$ formula yordamida kub ildizni chiqarishga oid masala ko‘rib chiqildi. Kub ildiz topish bilan shug‘ullangan olimlar va ularning ishlari haqida ham qisqacha ma’lumot berib o‘tildi. Matematika o‘qitish metodikasida bunday usullarni o‘qitilishi maktab matematikasida muhim ahamiyat kasb etadi.

Kalit so‘zlar: ildiz, kub ildiz, toq ildiz, juft ildiz, istalgan sonni ildizdan chiqarish algoritmi.

ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИЗВЛЕЧЕНИЯ КУБИЧЕСКИХ КОРНЕЙ ЧИСЕЛ В МЕТОДОЛОГИИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ ФИЗИКИ.

Аннотация. В данной статье кратко рассматриваются понятия корня и кубического корня. Также показаны несколько методов извлечения числа из кубического корня на нескольких примерах. В статье также рассматривается конкретный вопрос, связанный с законом Кеплера при извлечении кубических корней. Рассматривается вопрос извлечения кубического корня с использованием формулы $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$. Также кратко описываются ученые, участвовавшие в поиске кубических корней, и их работа. Преподавание таких методов в методике преподавания математики имеет большое значение в школьной математике.

Ключевые слова: корень, кубический корень, нечетный корень, четный корень, алгоритм извлечения любого числа из корня.

APPLICATION OF ANALYTICAL METHODS OF EXTRACTING CUBIC ROOTS OF NUMBERS IN THE METHODOLOGY OF TEACHING MATHEMATICS AND ITS APPLICATION IN CERTAIN PHYSICS PROBLEMS.

Abstract. This article briefly discusses the concepts of root and cube root. It also shows several methods for extracting a number from a cube root using several examples. This article also considers a specific issue related to Kepler's law in extracting cube roots. The issue of extracting a cube root using the formula . $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$ was considered. It also briefly describes the scientists who were involved in finding cube roots and their work. Teaching such methods in mathematics teaching methodology is of great importance in school mathematics.

Keywords: root, cube root, odd root, even root, algorithm for extracting any number from the root.

Kirish. Matematika, fizika kursi o‘quchilari uchun eng qiziq mavzulardan biri bu ildiz mavzusi hisoblanadi. Ildiz amallarni yechishning bir necha usulini o‘quvchilarga ko‘rsatib berish, fan o‘qituvchisining vazifasidir. Bu esa o‘z navbatida o‘quvchilarda bir muammoni turli xil usullar yordamida hal qilish, qobiliyatini shakillantiradi. Ushbu maqolada ba’zi ildizlarni ochish, isboti va ba’zi ildizli misollarni ko‘rsatib o‘tamiz.

Kub ildiz tushunchasi juda qadimiy bo‘lib, uni birgina olim fanga kiritgan deb bo‘lmaydi. Ammo bu tushunchani muntazam ishlatgan matematik jihatdan asoslab bergan qadimgi yunon matematiklari hisoblanadi.

Kub ildiz tushunchasiga asos solgan olimlar:

1 . Geron (Heron) – Iskandariyalik (mill.avv. 10-70-yillar). Birinchi bo‘lib kub ildizni hisoblash usullarini bergan .Uning “***Metrika”*** asarida kub ildizni topishning qadimgi usulini keltirgan

2. Arximed (mill.avv. 287-212). Kub shakillari, hajmi va ular bilan bog’liq ildizlar ustida ishlagan. Kub ildiz tushunchasining shakllanishiga katta ta’sir ko‘rsatgan.

3. Eudoks va Yevklid (mill. avv. 3-4-arslar)

“Elementlar” asarida daraja kublari va ularning munosabatlarini bayon qilgan.

Kub ildizga teng ma’noli geometrik tushunchalar (kubning qirrasi) ishlatilgan.

“Kub ildiz” degan algebraik atama o‘rta asrlarda, ayniqsa al-Xorazmiy, Umar Xayyom, keyinchalik Yevropa matematiklari tomonidan keng qo‘llanila boshlagan. Kub ildiz O‘rta asr Sharq matematiklari tomonidan rivojlantirilgan.

Kub ildiz – bu berilgan sonning uchinchi darajasi bo‘lgan sonni topish amali.

Misol uchun:

Kub ildiz berilgan a soniga teng bo‘lishi uchun $x^3 = a$ tenglamani qanoatlantiradigan x son.

$$\sqrt[3]{a} = x \qquad x^3 = a$$

Oddiyroq qilib aytganda:

Metodlar(Methods). Kub ildiz –bu biror sonni 3 marta o‘ziga ko‘paytirganda berilgan songa teng bo‘ladigan sonni topishdir.

Masalan:

$2 = \sqrt[3]{8}$ chunki $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ ga teng.

Geometrik ma’nosi:

Kub ildiz – bu hajmi berilgan kubning qirrasi.

Masalan: Agar kubning hajmi 64 bo‘lsa:

Qirrasi: $\sqrt[3]{64} = 4$

Juft ildiz:

$\sqrt[2n]{x}$ bu juft darajali ildiz deyiladi. Bunda doimo $x > 0$ shart bajarilishi kerak.

Faqat juft darajali ildiz bo‘lsa, ya’ni:

2n – juft son (2, 4, 6, ….) bo‘ladi. Bunda n ga qanday son qo‘ysak ham doimo juft qiymatga aylanadi.

Agar toq darajali ildiz bo‘lsa manfiy bo‘lishi ham mumkin.

$\sqrt[2n+1]{x}$ bunda x butun son:

Masalan: $\sqrt{9}$=3 $\sqrt{25}$=5

$\sqrt[3]{-8}$ = -2 $\sqrt[3]{-27}$= -3

Isboti:

(-2)·(-2)·(-2) = -8 toq ildizdan manfiy qiymat chiqishi ham mumkinligini isbotladik.

Juft darajali ildizdan hech qachon manfiy qiymat chiqmaydi.

Misol: 2·2= 4 (-2)·(-2)= 4

Ikkita manfiy sonni ko‘paytirsak musbat son hosil bo‘ladi. Manfiy sonning juft ildizi yo‘q

$\sqrt{-4}$=> juft darajali ildizdan manfiy qiymat chiqmaganligi sababli $\sqrt{-4}$ ni qiymati yo‘qdir. $\sqrt[16]{-16}$=> bu ham qiymatga ega emas.

Toq ildizlar har qanday son uchun mavjud. $\sqrt[3]{a}$ har qanday a (musbat, manfiy, nol) qiymatlarga egadir.

Sonlarni kub ildizdan chiqarish:

Misol:

$\sqrt[3]{70}$ dan taqriban nechi chiqishini hisoblab ko‘ramiz:

Bunda: $\sqrt[3]{70}=\sqrt[3]{64+6}$

ko‘rinishda yozib olamiz. Bu yerda: x_0=64 $x = 6$ ga teng.

Endi formulani yozamiz:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot x$$

Hisoblab chiqamiz[4]:

f(x)=$\sqrt[3]{x}$

$f'(x)=\frac{1}{3\cdot\sqrt[3]{x^2}}$

$$f(x) = \sqrt[3]{64} + \frac{6}{3 \cdot \frac{642}{3}}$$

$$f(x) = 4 + \frac{6}{3 \cdot 16}$$

$$f(x) = \frac{33}{8}$$
$$f(x) = 4{,}125.$$

Bu misolni javobi taqriban 4,125 ga teng ekan.
Bu usul kub ildizli sonlarni ildizdan chiqarishning bir usuli edi.
Endi biror bir sonni juft ildizdan chiqarish ko‘ramiz.
$\sqrt{29}$=$\sqrt{25+4}$ bu yerda $x_0 = 25$ va $x = 4$ ga teng.
Yuqoridagi formuladan foydalanamiz.

$f(x) = \sqrt{x}$ $\qquad f'(x) = \frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}$

$f(x)$=$\sqrt{25} + \frac{4}{2\cdot\sqrt{25}}$

$f(x)$=$5 + \frac{2}{5} = \frac{27}{5}$

Demak javobi taqriban $f(x)$=5,4 ga teng ekan.

Istalgan sonni ildizdan chiqarish algoritmi:

$x_n + 1$= $\frac{1}{2}\cdot(x_n + \frac{k}{x_n})$

x_{n+1}=$\frac{1}{2}\cdot(x_n + \frac{2}{x_n})$

x_2=$\frac{1}{2}\cdot(1 + \frac{2}{1}) = \frac{3}{2}$

x_3=$\frac{1}{2}\cdot\left(x_2 + \frac{2}{x_2}\right) = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3}{2} + \frac{2}{\frac{3}{2}}\right) = \frac{17}{12}$

Keling 4096 sonidan kvadrat ildiz chiqarishni ko‘rib chiqaylik.
1-USUL
$\sqrt[2]{4096}$ = ?
4096 = $(10a + b)^2$=$100a^2$ +2·10ab +b^2
a=6 $\quad a^2$=36
4096 – 3600=496
496 = *2·10·6·b +b^2 =120·b+b^2*
b=4
496= 480+16
ab=64
$\sqrt[2]{4096}$ =64
2-USUL

124 $\quad \sqrt[2]{4'096} = 64$
⊠ —4 $\quad$ 36
———496
— $\quad$ 496
——— 0

Endi 2744 sonini kub ildizdan chiqarishni ko‘rib chiqamiz.

$\sqrt[3]{2'744}$ =?
2744=$(10a+b)^3$= $1000a^3$+3·$100a^2$b+3·10ab^2+b^3

$$a = 1$$
$$2744 - 1000 = 1744$$

$$1744 = 300b + 30b^2 + b^3$$
$$1744 - (300 \cdot 4 + 30 \cdot 16 + 64) = 0$$

Topilgan son: $a = 1\ va\ \ b = 4\ \ \overline{ab} = 14$

$\sqrt[3]{2744}$ = 14

Yuqorida ko‘rib chiqilgan masalada $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ asosiy me’zon formula sifatida qabul qilingan.

Natijalar. Biz kvadrat ildiz va kub ildiz muammosini fizika fanida ham ko‘rishimiz mumkin va bunday xollarga duch kelganmiz. Keling buni ko‘rib chiqaylik.

Keplerning uchinchi qonuni

Keplerning uchinchi qonuni sayyoralar harakatining umumiy qonuniyatini ochib beradi: sayyoralar orbital davri (T) kvadrati, uning Quyoshdan o‘rtacha uzoqligi (a) kubiga proporsionaldir ($T^2 \sim a^3$), bu esa sayyoralarning quyoshdan uzoqlshgan sari aylanish davrining ham ortishini ko‘rsatadi va bu qonun sayyoralarning quyosh atrofidagi harakatini matematik tarzda taqqoslashga imkon beradi .

Qonunning mohiyati: Sayyoraning quyosh atrofidagi orbital davrining (T) kvadrati, uning orbitasi katta yarim o‘qining (a) kubiga teng bo‘ladi (proporsionallik koeffisenti barcha sayyoralar uchun bir xil)

Formula: $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$

Amaliy ahamiyati: Sayyolarning uzoqligini va orbital davrini o‘lchashga yordam beradi . Masalan , uzoqroq sayyora uzoqroq davrda aylanadi .

Masala: Yer quyosh trofini 1 yilda aylanadi va orbitasining yarim katta o‘qi $a_1 = 1\ a.b.$ Yupiterning quyosh atrofidagi orbita yarim katta o‘qi $a_2 = 5.2\ a.b.$ Keplerning 3-qonuni yordamida Yupiterning orbital davrini toping.

Berilgan: Formula: Yechish:

T_1=1 yil $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$ $\frac{1^2}{T^2} = \frac{1^3}{5.2^3}$

a_1=1 *a.b*

a_2=5.2 *a.b* $T_2 = \sqrt{5.2 * 5.2 * 5.2} = \sqrt{140.608}$ 11,81 yil

Topish kerak: Javob: 11.81 yil

T_2= ?

2-masala:

Bir sayyora quyosh atrofida T_2=1 yil davr bilan a_2=4 birlik masofada aylanadi. Ikkinchi sayyoraning aylanish davri T_1=8 yilga teng.

Keplerning uchinchi qonunidan foydalanib, ikkinchi sayyoraning orbitasi katta yarim o‘qi a_1 ni topamiz.[3].

Yechish:

T_1=8 *yil* $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$ $\frac{8^2}{1^2} = \frac{a_1^3}{4^3}$

a_2=4 $a.b$

T_2=1 *yil*

Topish kerak: $a_1 = ?$

$a_1 = \sqrt[3]{64 \cdot 64} = \sqrt[3]{4096} = 16$

16 $a.b$

Javob: 16 $a.b$

Mustaqil ishlash uchun misollar:

1) $\sqrt{35} = ?$ 2) $\sqrt[3]{19} = ?$ 3) $\sqrt[4]{83} = ?$ 4) $\sqrt[3]{54} = ?$

Xulosa. Ildiz amallari matematikaning asosiy tushunchalaridan bo‘lib , sonlarni darajaga ko‘tarish jarayonining teskari amalini ifodalaydi. Juft darajali ildizlar (kvadrat ildiz, to‘rtinchi ildiz va boshqalar) faqat musbat va nol sonlar uchun aniqlanadi hamda natija doimo musbat qiymatga ega bo‘ladi. Toq darajali ildizlar esa (kub ildiz, beshinchi darajali ildiz va boshqalar) barcha haqiqiy sonlar uchun mavjud bo‘lib ularni hisoblashda ildiz ostidagi sonning belgisini saqlaydi. Bu tushunchalar sonning xossalarini chuqur anglash algebraik tenglamalarni yechish, geometriya , fizika va texnikada turli masalalarni hal etishda muhim o‘rin tutadi. Demak, ildiz tushunchasi matematik fikrlashni shakillantirish va amaliy hisob-kitoblarni to‘g‘ri bajarishda zarur bo‘lgan fundamental tushunchalardir.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Demidovich B. P. “Matematik analizdan masalalar to‘plami”. – Moskva: “Nauka” 2015.

2. Vilenkin N. Ya. “Matematika asoslari”. 2017.

3. Remkevich “Fizikadan masalalar to‘plami”. – Toshkent: “O‘qituvchi” 2003-y.

4. G. Xudayberganov va boshq. Matematik analizdan ma‘ruzalar. – Toshkent: Voris nashriyoti 2010-y.

5. S. Alixonov “Matematika o‘qitish metodikasi”. 2014-yil.